ELECTROMAGNETISMO II (Grado en Física) Curso 2014-15

Tema 1. Ecuaciones de Maxwell. Potenciales electromagnéticos.
Ecuaciones de Maxwell en el vacío y en medios materiales. Relaciones constitutivas. Condiciones de contorno. Potenciales electromagnéticos. Ecuaciones de onda. Aproximación casi-estática.

Problemas

1.- ¿Cuál de los siguientes campos vectoriales puede representar un campo $\vec{B}$?

$a)\ \vec{B} = \frac{1}{\rho}\vec{u}_\rho + \rho z\,\vec{u}_\phi + \cos\phi\,\vec{u}_z \qquad b)\ \vec{B} = (x+2)\vec{u}_x + (1-3y)\vec{u}_y + 2z\,\vec{u}_z$

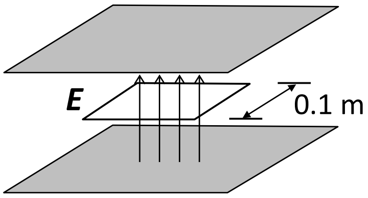
2.- Se tienen las distribuciones

$$\Phi(\vec{r},t) = 0 \quad ; \quad \vec{A}(\vec{r},t) = A_0 \operatorname{sen}(kx - \omega t)\vec{u}_y$$

donde A_0, ω y k son constantes.

Determinar los campos $\vec{E}$ y $\vec{B}$ y comprobar que satisfacen las ecuaciones de Maxwell. ¿Qué condición se debe imponer sobre ω y k?

3.- Entre las placas de un condensador plano-paralelo se conecta un voltaje alterno. El campo que se establece en el condensador viene dado por: $\vec{E} = 10\cos\omega t\,\vec{u}_z$



a) Si el medio entre placas es aire, determinar la corriente total que atraviesa un cuadrado de 0.1 m de lado, colocado perpendicularmente al campo como se muestra en la figura.

b) Si entre las placas se pone agua de mar $(\varepsilon = 78\varepsilon_0\ ,\ \sigma = 4\,\mathrm{S/m})$, hallar la relación entre los módulos de la densidad de corriente de conducción y la de desplazamiento a la frecuencia de 100 MHz. Calcular también la corriente total que atraviesa el cuadrado.

4.- Una lámina infinita con corriente $\vec{J}_s = 5\vec{u}_x$ (A/m) coincidente con el plano *xy*, separa el aire (región 1, $z > 0$) de un medio con $\mu_r = 2$ (región 2, $z < 0$).
Si $\vec{H}_1 = 30\,\vec{u}_x + 40\vec{u}_y + 20\vec{u}_z$ (A/m), calcular:

a) $\vec{H}_2$; b) $\vec{B}_2$; c) el ángulo α_1 que forma $\vec{B}_1$ con el eje *z*; d) el ángulo α_2 que forma $\vec{B}_2$ con el eje *z*.

5.- Dos condensadores planoparalelos de placas circulares de área *A* y separadas una distancia *d*, uno de ellos vacío y el otro con un dieléctrico imperfecto de permitividad ε y conductividad σ, están conectados independientemente a sendas fuentes de intensidad constante de valor I_0. Estudiar la evolución temporal de los campos eléctrico y magnético entre las placas de ambos condensadores.

6.- Suponer que un monopolo magnético q_m pasa a través de una espira circular sin resistencia, cuya autoinductancia es *L*. ¿Qué corriente se induce en la espira? (Ver Blas Cabrera, *Phys. Rev. Lett.* **48** (1982) 1378.)

Material complementario

Cuestiones

1.- ¿Qué ecuación (es) de Maxwell dejaría(n) de cumplirse si la ley de interacción entre cargas fuese: $\boldsymbol{F} = k\dfrac{qq'}{r^{1.99}}\boldsymbol{u}_r$

2.- La condición de contorno $\boldsymbol{n}\times\boldsymbol{H} = \boldsymbol{K}$ (A/m), válida en la superficie de un conductor perfecto (ideal, conductividad infinita), ¿lo será también para un conductor real? Explícalo.

3.- Deducir las ecuaciones diferenciales para los potenciales escalar y vector en el gauge de Coulomb, $\nabla\boldsymbol{A} = 0$.

4.- En medios dieléctricos se estudió que para el cálculo de los campos, un medio polarizado se podía sustituir por una densidad superficial de carga de polarización σ_p (C/m^2) y una densidad volúmica de carga de polarización ρ_p (C/m^3). Encontrar las condiciones de contorno en la superficie de separación de dos medios distintos para:
a) La componente normal del vector polarización ***P***
b) La componente normal de ***E***

Problemas

1.- Si el campo vectorial dado en coordenadas cilíndricas por

$$\vec{E} = 3\rho\vec{u}_\rho + 6\vec{u}_z$$

representa un campo electrostático, determinar la densidad de carga volumétrica asociada al mismo.

2.- Analizar cuál de los siguientes campos puede representar un campo de inducción magnética estática. Calcular la densidad de corriente asociada al mismo.

$$\vec{B} = x\vec{u}_x - y\vec{u}_y$$

$$\vec{B} = r\cos\phi\vec{u}_r - 3r\,\mathrm{sen}\theta\,\mathrm{sen}\phi\vec{u}_\phi$$

3.- Calcular la densidad de corriente de desplazamiento para los siguientes campos electromagnéticos

a) Una onda de radiodifusión de 1 MHz que se propaga con un campo eléctrico de 1 μV/m.
b) Una línea de transporte de alta tensión de 50 Hz que soporta un campo eléctrico de 100 kV/m.
c) El haz de un láser de 600 nm que posee un campo eléctrico de 3×10^4 V/m.

4.- El campo eléctrico inducido por un campo $\vec{B}$ variable con el tiempo viene dado por:

$$\vec{E} = E_0 z^2 \cos\omega t\,\vec{u}_x$$

Suponiendo que $\vec{B}$ tiene sólo componente en la dirección $\vec{u}_y$, y que su valor en $t = 0$ es nulo, hallar la expresión de $\vec{B}$ utilizando la ley de Faraday.